Five

THE POINT KINETICS EQUATIONS

5-1E Effective Delayed Neutron Fractions and Further Discussion of the Exact Point Kinetics Equations

* 유효지발 중성자 생성비율-("*Effective" delayed neutron fraction*), $\beta(t)$ 는 'adjoint flux weighting'을 하지 않은 β와는 다른 값을 가진다. 이러한 차이는 'adjoint flux'가 공간뿐만아니라 에너지에 대해서도 의존성을 가지게 되면서 생겨나게 된다. 'adjoint flux'의 에너지 의존성이 지발 중성자들의 'emission spectra' 에 대한 적절한 가중치를 제공하기 때문이다.

* 이러한 성질을 알아보기 위해, 'initial adjoint flux' 값의 separation approximation을 해면 식 (5.61)과 같이 나타내게 된다. :

$$\phi_0^*(r,E) \cong \phi_0^*(r)\varphi^*(E) \tag{5.61}$$

* 이 식(5.61)을 β_k를 위한 식(5.62) 에 대입을 해보면 식 (5.63)과 같이 된다.

$$\beta_k = \frac{(\Phi_0^*, F_{dk}\Psi)}{(\Phi_0^*, F\Psi)} \tag{5.62}$$

$$\beta_k \cong \frac{\int_E \chi_{dk}(E)\varphi_0^*(E)dE \int_V \phi_0^*(r)\nu_{dk}\int_{E'} \Sigma_f(r,E')\psi(r,E')dE'dV}{\int_E \chi(E)\varphi_0^*(E)dE \int_V \phi_0^*(r)\bar{\nu}\int_{E'} \Sigma_f(r,E)\psi(r,E')dE'dV} \tag{5.63}$$

* $\bar{\nu}$와 ν_{dk} 는 공간에 대해 약한 의존성을 가지므로 이 의존성을 무시하게 되면, 식 (5.64)으로 나타내게 된다.

$$\beta_k \approx \overline{\beta_k}\gamma_{dk} \tag{5.64a}$$

$$\overline{\beta_k} = \frac{v_{dk}}{\bar{v}} \tag{5.64b}$$

$$\gamma_{dk} = \frac{\int_E \chi_{dk}(E)\varphi_0^*(E)dE}{\int_E \chi(E)\varphi_0^*(E)dE} \tag{5.64c}$$

* 따라서 'single fissionable isotope' 에 대해서는 총 분열 중성자 emission spectra와 지발 중성자의 emission spectra의 비인 γ_{dk} 만큼 "effective one-group" β 의 값이 차이가 남을 알 수 있다.

* FBR에서는 표 5-1에서 보는 것과 같이 지발 중성자의 평균 importance가 모든 중성자의 평균 importance보다 18%이상 작다는 것을 알 수 있다.
이러한 현상 즉, 지발 중성자의 각 지발 그룹간의 importance의 편차가 작고 그에 비해 즉발 중성자와 지발 중성자간의 차이가 크게 나타나는 현상은 지발 중성자들의 에너지가 U-238의 fission cross section에서의 거의 문턱값 이하를 나타내고 있기 때문에 분열이 일어날 작은 기회를 지니게 되기 때문이다.

표 5-1 Relavtive Importance of Delayed and Prompt Fission Neutrons if FBRs

Delayed Neutron Group, k	Relative Importance of Delayed and Prompt Fission Neutrons, γ_{dk}
1	0.802
2	0.831
3	0.818
4	0.825
5	0.825
6	0.825

* 'Thermal reactor' 에서는, 지발 중성자들은 즉발 중성자에 비해 더 큰 importance를 가지게 된다. U-238에서 속 분열의 문턱값 아래의 중성자들이 빠른 감속을 하기 때문에 속 분열은 minimal한 importance를 가진다. 그래서 에너지의 감소에 대하여 증가하는 $E\varphi_0^*(E)$는 지발중성자와 즉발중성자의 평균 importance에 대해 지배적인 위치를 가지게 된다. 따라서 이는 'Thermal reactor'에서 지발 중성자의 importance들이 즉발 중성자의 그것보다 큰 값을 지니게 되는 것이다.

* 지발 중성자는 평균적으로 즉발 중성자가 가지는 에너지의 절반에 해당하는 에너지를 가지고 생성이 된다. 그러므로 열중성자를 이용하는 열 원자로에서는 그 양은 작지만 에너지가 작으므로 핵분열을 일으키는데 있어서 즉발 중성자보다 효과가 크다. 따라서 실제 원자로 응용 문제에서는 이의 효과를 고려한 유효지발중성자율, β_{eff} 를 사용하게 되며 β_{eff}의 크기는 β보다 약간 크다. 표 6.1은 경수로 원자로에서의 β_{eff}값과 실제적인 β값과의 비교표 이다.

표 6-1 U-233, U-235, Pu-239 의 지발중성자율과 유효지발중성자율 (경수로 원자로)

핵종	지발 중성자율 β	유효지발 중성자율 β_{eff}
U^{233}	0.0026	0.003
U^{235}	0.0065	0.0070
Pu^{239}	0.0021	0.0023

* 만일 원자로가 한가지 이상의 핵분열성 물질로 구성되어 있으면 전지발중성자 생성비율과 유효지발중성자비율은 구성 핵종들에 대한 값들의 가중치로 구해지게 된다.

'two fissionable isotopes'의 경우 , 예를 들어 Pu-239 와 U-238의 경우,

$$\beta_k \cong \frac{\int_E \chi_{dk}(E)\varphi_0^*(E)dE}{\int_E \chi(E)\varphi_0^*(E)dE} \times \frac{\int_V \phi_0^*(r)[\nu_{dk9}R_{f9}(r)+\nu_{dk8}R_{f8}(r)]dV}{\int_V \phi_0^*(r)\bar{\nu}R_f(r)dV} \tag{5.65}$$

(단, R 은 an energy-integrated reaction rate이다.)

* 식 (5.65) 의 표현은 양 핵종이 $\bar{\nu}R_f$에 영향을 주고 있다는 것을 제외하곤 본질적으로 식 (5.63)과 같은 것이다. 그러나 실제로 Pu-239에 비교하여 U-238이 높은 지발 중성자 yield를 가지기 때문에 U-238의 효과가 크게 영향을 키친다. 식(5.65)의 괄호() 안의 R_{f9}(r)을 제거하게 됨으로써 표 5-2에서는 지발 중성자 생산에 대한 U-238의 역할의 강한 'space, delay group, and system'에 대한 의존성을 보여준다.

$$\bar{\nu}_{dk}(r) = \nu_{dk9} + \nu_{dk8}\frac{R_{f8}(r)}{R_{f9}(r)} \tag{5.66}$$

표 5-2 Comparison Pu-239 and U-238 Contributions
to the Production Rate of Delayed Neutorns

	Core Center	Core/Blanket Interface
	Percentage Addition of U-238-Produced Delayed Neutrons to Pu-239 Contribution	
Delayed Neutron Group, k	$100\frac{v_{dk8}}{v_{dk9}}\frac{R_{f8}}{R_{f9}}$	
1	29	17
2	44	26
3	71	42
4	105	62
5	182	108
6	315	185
	$\frac{R_{f8}}{R_{f9}}$	
	0.142	0.0836

* ϕ^*(r,E) 의 에너지 의존성으로부터 기인한 β의 총 감소 정도는 공간에 의한 그것 보다 크다. 그러나 오래사는 핵종의 경우에는 ‘increase due to spatial adjoint flux weighting‘ 이 ’decrease due to spectral adjoint flux weighting‘ 보다 클 수 있다.

* 식(5.65)는 one-group β 에 대해 다음과 같이 쓰여질 수 있다. :

$$\beta_k = \gamma_{dk}\left(\beta_{k9}\frac{S_{f9}^*}{S_f^*} + \beta_{k8}\frac{S_{f8}^*}{S_f^*}\right)$$

with $$S_{fi}^* = \int_V \Phi_0^*(r) R_{fi}(r)\, dV$$

식(5.67)의 괄호 안의 표현들은 γ_{dk} 가 'spectral weighting' 의 효과를 가짐에 대한 나머지가 ‘ spatial adjoint flux weighting'의 효과를 나타낸다.

* ‘integral kinetics parameter’ 들은 아래 식 (5.26)의 표현에 따라 F(t)를 가지고 있다. 이러한 표현은 정적 반응도-‘static reactivity’ 의 ‘form'에 따라 동적 반응도-’dynamic reactivity‘를 적용하기 위해 도입되었다. 각각 Λ(t)를 나누어주게 되면, 그 F(t)라는 것이 사라지게 됨을 알 수 있다. 따라서 P.K.E의 p(t)해는 F(t)에 의존적이지 않다. 실제로 ’ integral kinetics parameters‘ 는 ρ/Λ 와 β/Λ 같이 표현 되게 된다.

$$\Lambda(t) = \frac{(\Phi_0^*, \frac{1}{v}\Psi)}{(\Phi_0^*, F\Psi)} = \frac{K_0}{F(t)}$$

$$\rho(t) = \frac{1}{F(t)}(\Phi_0^*, [F - M]\Psi) \quad \text{.............................} \quad (5.26)$$

$$\beta(t) = \frac{1}{F(t)}(\Phi_0^*, F_d\Psi)$$

5-2 The Point Reactor Model

* 만약 ψ(r,E,t)를 풀고, 식 (5.26)의 "exact" definitions 으로부터 ρ(t),$\beta_k(t)$, and Λ(t)의 값들을 찾기 위해서는 amplitude function p(t)를 결정하는 exact point kinetics 식에 그것들을 사용 할 수 있을 것이다. 그러나 그러한 shape functions들의 생성을 위해서는 full (r,E,t) 의존 문제의 해들이 필요하다. (see ch-11 -_-)
여기서는 가장 흔하게 사용하는 approximate 접근 방법인 'point reactor model'을 언급하고자 한다.

* 이를 위해서 exact point kinetics 식으로부터 한 가지 주요한(major) 단순화와 두가지 세세한(minor) 단순화를 한다. 'major' 단순화는 flux shape의 시간 의존성을 초기 flux sharp값으로 동일시 함으로 이를 무시하는 것이다.

$$\psi(r,E,t) \cong \phi_0(r,E)$$

두가지 'minor' 단순화는 다음과 같다. 식 (5.23)에 있는 F(t)라는 값을 그것의 초기값으로 대체 시킨다. :

$$F(t) -> F_0 = (\Phi_0^*, F_0 \Psi_0)$$

또한 지발 분열 중성자 연산자 F_d를 초기 연산자 값으로 approximate 시킨다. :

$$F_d \simeq F_{d0}$$

* 이러한 3가지 단순화는 다음과 같은 결과를 가져온다. :

1. $\rho(t) -> \rho^{(1)}(t) = \dfrac{1}{F_0}(\Phi_0^*, [\Delta F - \Delta M]\Phi_0)$

2. $\Lambda(t) -> \Lambda_0 = \dfrac{K_0}{F_0}, \dfrac{F_0}{F(t)} -> 1$

3. $\beta_k(t) -> \beta_{k0} = \dfrac{1}{F_0}(\Phi_0^8, F_{dk0}\Phi_0)$

* 이에 따라 완성된 '*Point Kinetics equations*' :

$\dot{p}(t) = \dfrac{\rho(t)-\beta}{\Lambda}p(t) + \dfrac{1}{\Lambda}\sum_k \lambda_k \zeta_k(t)$ $\dot{\zeta_k}(t) = -\lambda_k \zeta_k(t) + \beta_k p(t)$	$\dot{p}(t) = \dfrac{\rho(t)-\beta}{\lambda}p(t) + \sum_k \lambda_k c_k(t)$ $\dot{c}_k(t) = -\lambda_k c_k(t) + \dfrac{\beta_k}{\lambda}p(t)$

.... (5.74)