Three

PRELIMINARY FORMULATION OF THE Point Kinetics Equations

3-2A The Diffusion approximation as the Basis of Reactor Kinetics

$$\frac{1}{v}\frac{\delta\phi(r,E,t)}{\delta t} = (F_P - M)\phi(r,E,t) + S_d(r,E,t) + S(r,E,t)$$

① ② ③ ④ ⑤

① : flux는 위치와 에너지, 시간에 dependent하다.

$$\Phi = \phi(r,E,t)$$

: 중성자속도(v)는 에너지(E)의 제곱근에 비례한다.

: 단위 cm3·s·dE당 중성자수의 변화

② : 즉발중성자에 의한 생성율

$$F_p\Phi = \Sigma\chi_{pi}(E)\int_{E'}\nu_{pi}(E')\Sigma_{fi}(r,E',t)\phi(r,E',t)dE'$$

☞ 방출스펙트럼(χ_{pi})의 동위원소에 대한 dependent는 대부분의 경우 무시한다.

☞ macroscopic cross section은 다음과 같다.

$$\nu_p\Sigma_f(r,E,t) = \sum_i \nu_{pi}(E)\Sigma_{fi}(r,E,t)$$

따라서, $$\boxed{F_p\Phi = \chi_p(E)\int_0^\infty \nu_p\Sigma_f(r,E',t)\phi(r,E',t)dE'}$$

③ : 중성자 손실

$$M\Phi = -\nabla\cdot D(r,E,t)\nabla\phi(r,E,t) + \Sigma_t(r,E,t)\phi(r,E,t) - \int_{E'}\Sigma_s(r,E'\to E,t)\phi(r,E',$$

leakage absorption scattering

④ : 지발중성자 생성율

$$\boxed{S_d(r,E,t) = \sum_k \lambda_k C_k(r,t)\chi_{dk}(E)}$$

3-2B Derivation of the One-Group Point Kinetics Equations

1) 단순화

1. flux $\phi(r,E,t)$의 time dependent는 공간과 에너지에 대하여 분리가 가능

$$\phi(r,E,t)=p(t)\psi(r,E)$$

2. leakage loss는

$$D(r,E)B^2(r,E)\phi(r,E,t)$$

where $B^2(r,E)$ is to be calculated from the initial flux distribution.

3. $\Sigma_f(r,E)$항은 시간에 독립적이다.

위의 단순화를 diffusion equation에 대입하면,

$$\int_0^\infty \frac{\psi(r,E)}{v(E)}\,dE\frac{dp}{dt}$$

$$=\left\{\int_0^\infty \nu_p\Sigma_f(r,E)\psi(r,E)dE-\int_0^\infty[\Sigma_a(r,E,t)+D(r,E)B^2(r,E)]\psi(r,E)dE\right\}p(t)$$

$$+\sum_k\lambda_k C_k(r,t)+\int_0^\infty S(r,E,t)dE$$

☞ 모든 normalized emission spectra $\chi_p(E)$와 $\chi_{dk}(E)$는 에너지에 대한 적분을 통해서 사라진다.

☞ 산란에 대한 항 $\Sigma_t\phi$ (즉, $\Sigma_s\phi$)는 적분을 통해서 사라진다.

2) one-group equation

공간에 대해서 적분, 그리고 integrated shape function $\widehat{\psi}$로 나눈다면

☞ integrated shape function $\widehat{\psi}=\int_V\int_0^\infty\psi(r,E)dEdV$

다음 one-group equation이 얻어진다.

$$\boxed{\overline{\left(\frac{1}{v}\right)}\frac{dp}{dt}=[\nu_p\Sigma_f-\Sigma_a-DB^2]p+\frac{1}{\widehat{\psi}}\sum_k\lambda_k\widehat{C}_k+}$$

☞ $\overline{\left(\frac{1}{v}\right)}=\frac{1}{\widehat{\psi}}\int_V\int_0^\infty\frac{\psi(r,E)}{v(E)}\,dEdV$

☞ $\nu_p\Sigma_f=\frac{1}{\widehat{\psi}}\int_V\int_0^\infty\nu_p\Sigma_f(r,E)\psi(r,E)dEdV$

☞ $\Sigma_a(t) = \frac{1}{\widehat{\phi}} \int_V \int_0^\infty \Sigma_a(r,E,t)\phi(r,E)dEdV$

☞ $DB^2 = \frac{1}{\widehat{\phi}} \int_V \int_0^\infty D(r,E)B^2(r,E)\phi(r,E)dEdV$

☞ $\widehat{C}_k(t) = \int_V C_k(r,t)dV$

☞ $\widehat{S}(t) = \int_V \int_0^\infty S(r,E,t)dEdV$

$\nu\Sigma_f$로 나누고 β를 새로이 도입하면

$$\boxed{\Lambda\frac{dp}{dt} = (\rho-\beta)p + \frac{1}{\widehat{S}_{f0}}\sum_k \lambda_k \widehat{C}_k + \frac{\widehat{S}}{\widehat{S}_{f0}}}$$

☞ $\widehat{S}_{f0} = \nu\Sigma_f\widehat{\phi}_0$

☞ $\Lambda = \frac{1}{\nu\Sigma_f}\overline{\left(\frac{1}{v}\right)}$

☞ $\lambda_k\zeta_k(t) = \lambda_k\frac{\widehat{C}_k(t)}{\widehat{S}_{f0}}$ ($\zeta_k(t)$: 지발중성자 그룹 k의 "reduced precursors")

☞ $s(t) = \frac{\widehat{S}(t)}{\widehat{S}_{f0}}$

3) precursor balance equation

공간에 대해서 적분하고, $\widehat{S}_{f0}$로 나누면

$$\frac{d\zeta_k(t)}{dt} = -\lambda_k\zeta_k(t) + \beta_k p(t)$$

☞ $\beta_k = \frac{\int_V\int_0^\infty \nu_{dk}\Sigma_f(r,E)\phi(r,E)dEdV}{\int_V\int_0^\infty \nu\Sigma_f(r,E)\phi(r,E)dEdV}$

◈ Approximate point kinetic equations ;

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{\rho-\beta}{\Lambda}p + \frac{1}{\Lambda}\sum_k \lambda_k\zeta_k + \frac{1}{\Lambda}s(t) \\ \frac{d\zeta_k}{dt} &= -\lambda_k\zeta_k + \beta_k p(t) \end{aligned}}$$

일반적으로 source항 앞의 $\frac{1}{\Lambda}$ factor는 이러한 양들과 결합된다.

$c_k(t) = \frac{1}{\Lambda}\zeta_k(t)$, $s_c(t) = \frac{1}{\Lambda}s(t)$

이에 따라 일점운동방정식은

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} p + \sum_k \lambda_k c_k + s_c$$

$$\frac{dc_k}{dt} = -\lambda_k c_k + \frac{\beta_k}{\Lambda} p$$

이 형태가 이 책에서는 더 자주 사용된다.