

Two

DELAYED NEUTRONS

- * In static reactor problems
 - 총 핵분열중성자수를 고려함.
 - 핵분열중성자 중 일부가 지발중성자라는 사실이 중요하지 않음.
- * 중성자속의 시간 의존성은 수초 ~ 수분 지연되어 생성되는 소량의 핵분열중성자에 의해서도 크게 영향 받는다.
- * In kinetics problems
 - 소량이라 하더라도 kinetics phenomena에서는 지배적인 역할을 할 수 있다.
 - 지발중성자 생성율을 상세히 고려하여야 한다.
- * kinetics problems에서의 동위원소 고려
 - 몇몇 동위원소들은 $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ -fueled thermal reactors at higher burnup과 plutonium-fueled fast reactors에서 지발중성자 생성에 상당히 기여한다.
- * 본 절에서는 지발중성자 생성의 에너지 의존성과 동위원소에 대하여 논의한다.
 - 지발중성자의 특성을 나타내는 자료는 kinetics equations을 이론적으로 구성함에 있어 특히 중요하다.

2-1 Production of Prompt and Delayed Neutrons Through Nuclear Fission

- * 핵분열 결과로 생성되는 거의 모든 중성자들은 “즉시”, 즉 지연없이 방출된다.
 - 일반적으로 $E^* > E_{Bn}$.
 - 즉발중성자들은 핵분열 이후 the "direct" fission products에서 즉시 방출된다.
- * Fig. 2-1: 즉발중성자 생성 과정
 - 일반적인 붕괴시간: 10^{-15}s or less → 무시할 수 있음.
 - $E^* > E_{Bn}$ → γ 방출, 중성자 방출
 - prompt fission neutrons의 평균 개수: ν_p
- * fission → 2개의 방사성 핵종
 - ↳ 몇몇의 즉발중성자
 - ↳ 몇몇의 감마선
- * the resultant fission product nuclei에서 직접 추가 중성자를 방출할 수는 없다.

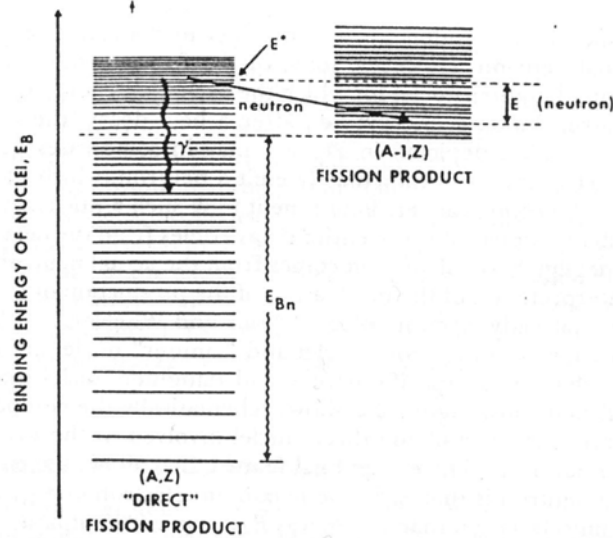


Fig. 2-1. Schematic nuclear level structure leading to prompt neutron emission.

- 일부는 β 붕괴하여 여기에너지가 중성자 결합에너지보다 크면 중성자를 방출한다.
- 실제 지연시간은 베타 붕괴 시간이라 할 수 있다.
- \therefore 실제 중성자 방출 시간은 베타 붕괴 시간에 비해 매우 작기 때문에

* Fig 2-2 : 지발중성자 방출 과정

- $E_{\beta}^{\max} > E_{Bn}$
- 모든 "parent nuclei"가 지발중성자를 방출하는 것은 아니다.
- "precursors" are defined as only that fraction of the parent nuclei that yields delayed neutrons.

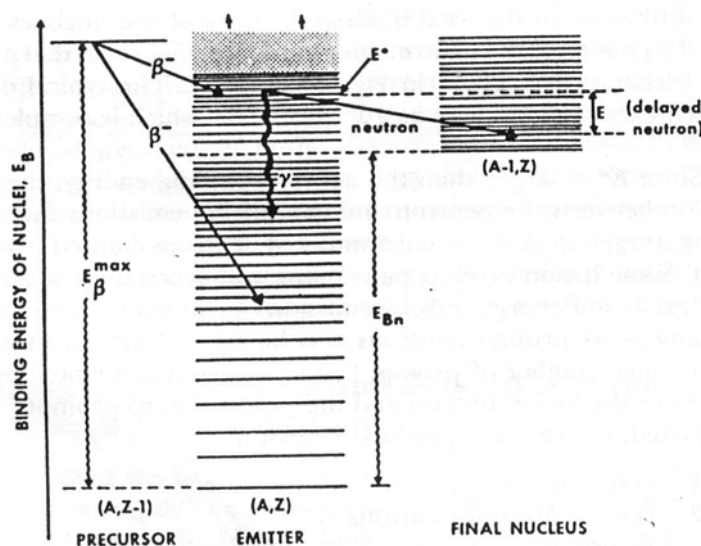


그림 2-2. Schematic nuclear level structure leading to the emission of delayed neutrons.

- precursor nucleus가 emitter nucleus로 붕괴한 후 지발중성자가 생성되는 과정은 즉발중성자가 생성되는 과정과 물리적으로 동일하다.
- 지발중성자 에너지는 즉발중성자 에너지보다 매우 작다.

2-2 Total Delayed Neutron Yields

* 평균 총 중성자 수: $\nu = \nu_p + \nu_d$ (2.2)

* 예전 문헌에서는 지발중성자를 "fraction"으로 나타내었다:

$$\beta^{bh} = \frac{\nu_d}{\nu} \quad (2.3)$$

$$\nu_d = \nu \beta^{bh} \quad (2.4)$$

* 식 (2.2)가 더 좋은 이유

1. ν_d 가 보다 기본적인 양이며, 보다 기본적인 양을 사용하는 것을 일반적으로 선호한다.
2. 새로운 측정 결과와 이론적 논의를 통하여, 지발중성자가 생성되는 범위에서($E \leq 4$ MeV) ν_d 는 핵분열을 일으키는 중성자의 에너지에는 무관함을 알 수 있다. 즉,

$$\nu_{d(E)} = \nu_d \approx \text{constant for } 0 \leq E \leq 4 \text{ MeV.}$$

- prompt yield ν_p (결과적으로 ν 역시 마찬가지임)는 동 구간에서 에너지에 강하게 종속되므로 식 (2.3)을 사용하면 지발중성자를 다룰 때 에너지 의존성이 들어갈 수밖에 없다.

* Fig. 2-3

- 4 MeV 위에서 생성되는 지발중성자 비율이 매우 낮기 때문에, ν_d 는 neutronics

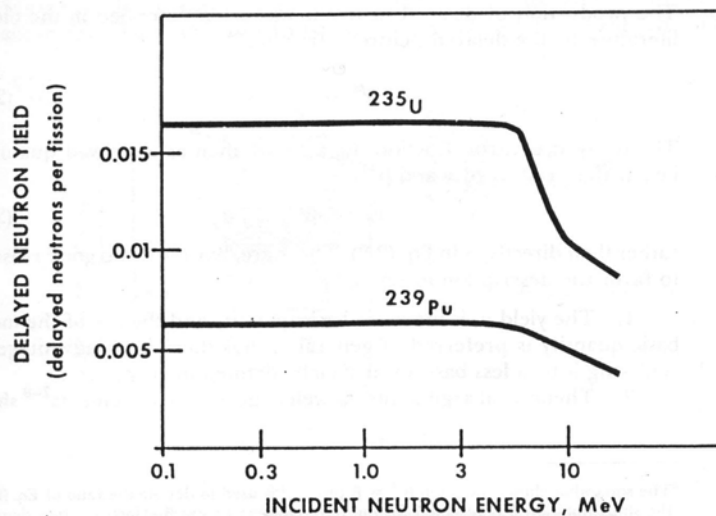


Fig. 2-3 Energy dependence of the delayed neutron yields of ^{235}U and ^{239}Pu (Ref. 7).

calculations의 전 범위에서 입사 중성자 에너지에 무관하다고 가정한다.

* 총 지발중성자 yields, ν_{di} 와 동위원소들과의 관계(regularities) \Rightarrow Table 2-1 참고.

1. atomic weight $\uparrow \Rightarrow$ 총 지발중성자 yield \uparrow
2. 양성자 수 $\uparrow \Rightarrow$ 총 지발중성자 yield \downarrow

2-3 Yields of Delayed Neutron Groups

* 500 여 핵분열생성핵종들 중 40 여 가지가 지발중성자 emitter가 될 수 있다. \Rightarrow 모두 lifetimes가 다르기 때문에 다른 중성자속에 대한 시간 의존성에 서로 다른 영향을 줄 것이다. \Rightarrow 이를 다루기 위한 방법이 필요하다.

* 이들 전부를 개별적으로 고려하는 방법: 3 가지 심각한 단점이 존재한다.

1. 많은 선행핵들의 lifetimes와 abundancies를 정확히 알지 못한다.
 2. 설사 모든 lifetimes와 abundancies를 안다고 하더라도, 이들을 kinetics problems에 포함시킨다면 비현실적으로 너무 긴 미분방정식이 되고 말 것이다.
 3. 일부 선행핵들은 자신들이 이미 베타붕괴 생성물이며, 이로 인해 이들을 모두 고려했을 때 발생하는 복잡성이 실제로 중요한지가 밝혀지지 않았다.
- \Rightarrow 간략히 만들 필요가 있다.

* average source curves, $S_d(t)$

- 중성자 생성에 관한 실험 지식은 이러한 형식으로 얻을 수 있다.
- fissionable material sample에 매우 짧은 중성자 펄스를 노출시켜서 얻는다.
 - \rightarrow 순간적으로 매우 많은 선행핵들이 생성됨. \Rightarrow (붕괴) \Rightarrow 지발중성자 source.
- # $n_d n_f =$ 전체 선행핵 수 (n_f : 핵분열 횟수)
- $S_d(t)$: 이러한 선행핵들의 붕괴율 \Rightarrow 지발중성자들의 생성율
- Fig. 2-4: 이러한 source curve의 전형적인 한 예.(Ref. 14의 자료 사용)
 - # 측정된 80개의 붕괴곡선들의 평균값을 나타낸 것이다.
 - # 모든 선행핵들의 기여도를 중첩한 것이다.

$$\# S_d(t) = n_f \sum_{k=1}^6 \nu_{dk} \lambda_k \exp(-\lambda_k t) \quad (2.5)$$

\Rightarrow delayed neutron source

6 group으로 할 때 통계적으로 가장 안정적인 결과를 보여줌.

$$\# S_{di}(t) = n_{ji} \sum_{k=1}^6 \nu_{dki} \lambda_{ki} \exp(-\lambda_{ki} t) \quad (2.6)$$

\Rightarrow 식 (2.5)의 우변에 최소자승법을 사용하여 각 동위원소 i 에 대하여 ν_{dki} 와 λ_{ki} 를 구하고, 좌변은 실험을 통하여 결정한다.

\Rightarrow 이러한 6 delay group 구조를 reactor kinetics에서 일반적으로 사용한다.

* thermal reactor에서는 ^{235}U 가 주요 연료이기 때문에 실제로 모든 지발중성자들은 ^{235}U

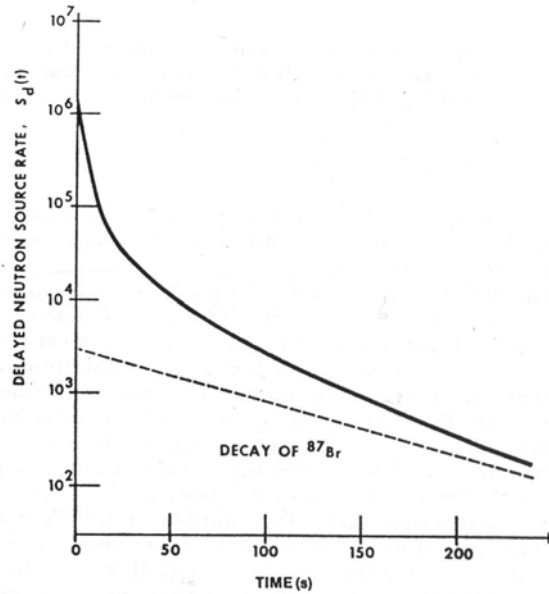


Fig. 2-4. Delayed neutron source following a fission pulse (based on data from Ref. 14).

의 핵분열생성물로부터 생성된다. $\Rightarrow S_d(t)$ 는 식 (2.6)처럼 6개의 항으로 나타난다.

- * high-burnup light water reactor와 fast breeder reactor(FBR)에서는 delayed neutron source에 기여하는 핵종이 여러 개이다. \Rightarrow 하나 이상의 동위원소가 중요하게 된다면 식 (2.5)의 단순함이 없어진다. \Rightarrow 모든 동위원소 기여도의 합으로 나타난다.

- 단일 중성자 펄스의 경우,

$$S_d(t) = \sum_i n_{fi} \sum_k \nu_{dki} \lambda_{ki} \exp(-\lambda_{ki} t) . \quad (2.7)$$

- * 붕괴상수는 동위원소에 거의 종속되지 않으며 통계 오차 내에서 움직인다.

- Table 2-II 참고

\rightarrow a single set of isotope-independent decay constants, λ_k 를 사용할 수 있다.

$$\# S_{di}(t) = n_{fi} \sum_k \nu_{dki} \lambda_k \exp(-\lambda_k t) . \quad (2.8)$$

Table 2-III은 이러한 single set을 사용한 것이다.(본 교재에서 계산시 사용된다.)

single set 사용의 이점:

1. the precursor concentrations과 the delayed neutron sources를 모든 동위원소들에 대하여 더함으로써 얻을 수 있다.
2. 즉발중성자의 경우처럼(Sec. 3-2A 참고) macroscopic cross sections을 도입할 수 있다.

- * 붕괴상수의 동위원소 의존성을 제거하는 또 다른 방법

- 지발중성자 생성에 크게 기여하는, 오랫동안 살아남는 선행핵들은 모두 알려져 있다 (delay groups 1 ~ 3). \rightarrow delay group yields를 적절한 lifetime bracket 내에서 개별적인

선행핵들로 이루어진다고 정의할 수 있다.

2-4 Emission Spectra of Delayed Neutrons

* 지발중성자의 spectrum은 즉발중성자의 것보다 부드럽다(soft).

- 훨씬 작은 에너지를 가지고 있음.

* delay groups는 다른 에너지 범위를 갖는 다른 선행핵들로 이루어졌기 때문에 방출 스펙트럼은 delay group에 의존한다.

- denoted by $\chi_{dk}(E)$

* energy-dependent delayed neutron source

- from a fission pulse for a single isotope

- 지발중성자 방출의 에너지 의존성을 식 (2.5)에 집어넣으면,

$$S_d(E, t) = n_f \sum_k \chi_{dk}(E) \nu_{dk} \lambda_k \exp(-\lambda_k t) \quad (2.9)$$

1. the "initial" emission spectrum:

$$S_d(E, 0) \propto \sum_k \chi_{dk}(E) \nu_{dk} \lambda_k \quad (2.10)$$

2. the stationary emission spectrum

- 식 (2.9)를 시간에 대하여 적분하면

$$S_d^{stat}(E) \propto \sum_k \chi_{dk}(E) \nu_{dk} \quad (2.11)$$

3. the asymptotic emission spectrum

- 가장 오래 살아남는 그룹이 지배적인 기여를 할 때

$$S_d^{as}(E) \propto \chi_{dk}(E) \text{ with } k = 1. \quad (2.12)$$

⇒ the total delayed neutron emission spectrum이 시간에 따라 매우 심하게 변할 수 있다.

⇒ the static spectrum은 시간 의존 스펙트럼과 매우 달라질 수 있다.

* 지발중성자 그룹의 방출 스펙트럼에 대한 실험

- Batchelor and McK. Hyder

^{235}U 의 1~4 delay groups에 대하여

열중성자에 의한 핵분열

- Fieg

^{238}U , ^{239}Pu , ^{235}U

14-MeV 중성자에 의한 핵분열

* Table 2-IV: 동위원소와 초기 중성자 에너지 의존성은 상대적으로 작다.

- 각 delay group에 대한 평균에너지들이 세 가지 동위원소들에 대하여 거의 동일하다.

- thermal fission과 14 MeV fission에 대하여 거의 동일하다.

- This independence is no surprising.

- # delay group 1은 모든 경우에 precursor가 ^{87}Br 이다.
- # 다른 그룹들은 몇 가지 precursors의 기여도로 이루어짐. → emission spectra와 평균 에너지의 변화는 다른 precursor isotopes의 상대적인 함유량의 작은 변화 때문이다.
- # 또한 precursor groups의 lifetime 감소에 따른 평균에너지의 변화는 매우 작다.
⇒ delay group 4의 emission spectrum을 delay groups 5와 5에 대하여 사용하는 것이 합당하다.
- 실험 하한값인 $\sim 100 \text{ keV}$ 아래에 대해서도 emission spectra를 확장시켜야 하며, Table 2-V에 그러한 χ_d 값을 제시하고 있다.