

응용핵물리I Lecture 3. Selected Problem (3-1, 3-3, 3-5, 3-8, 3-10)

- 3-1. a) 운동에너지가 100KeV, 1MeV 및 10MeV인 전자의 속도를 각각 구하라.
 b) a)의 전자의 상대론적 질량과 운동량을 구하라.

$$\text{Sol) a) } K = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + K/m_0c^2}\right)^2}$$

$$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$$

$$1\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{J}$$

$$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

각각의 경우를 代入해서 계산하면

$$v_{100\text{keV}} = 1.64 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$v_{1\text{MeV}} = 2.82 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$v_{10\text{MeV}} = 2.99 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p = mv$$

각각의 경우를 계산해서 질량과 운동량을 계산하면,

	질량(m)	운동량(p)
100KeV	$1.08 \times 10^{-31} \text{kg}$	$1.7 \times 10^{-22} \text{kg} \cdot \text{m/s}$
1MeV	$2.66 \times 10^{-30} \text{kg}$	$7.50 \times 10^{-22} \text{kg} \cdot \text{m/s}$
10MeV	$1.11 \times 10^{-29} \text{kg}$	$3.31 \times 10^{-21} \text{kg} \cdot \text{m/s}$

- 3-3. $v=0.90c$ 로 운동하는 양성자 ($m_0c^2 = 938 \text{ MeV}$)의 운동량, 운동에너지, 총 에너지를 구하라.

$$\text{Sol) } p = mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1.03 \times 10^{-18} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$K = mc^2 - m_0c^2 = 1.9 \times 10^{-10}$$

$$E = K + m_0c^2 = 3.44 \times 10^{-10}$$

3-5. 정지 질량 m 인 입자가 속도 v 로써 움직인다. p 가 운동량, E 가 총 에너지($=\gamma mc^2$)라면, $v/c=pc/E$ 임을 보여라.

Sol) $E = mc^2 = \frac{mvc^2}{v} = \frac{pc^2}{v}$ (양변을 c 로 나누어 주면)
 $\therefore E/c = pc/v$

3-8. 우주선을 타고 우주 정거장을 $0.3c$ 의 속도로 지나간다. 우주선에서의 시계는 정거장을 지나는데 3 s가 걸렸음을 가리킨다. 우주선에서 정거장 벽에 걸린 시계를 보는 것에 따르면 이 사건이 일어나는데는 얼마큼의 시간이 소요 되는가?

Sol) $t' = \frac{t}{\sqrt{1-\beta^2}}$
 $3 = \frac{t}{\sqrt{1-0.09}}$
 $\therefore t = 2.86 \text{ sec}$

3-10. 먼 거리의 별에 있는 어느 특정 원자에서 방출된 빛이 950nm 이어야 할 것이 실제로는 525nm 로 관측된다고 가정하자. 관측자에 대한 이 별의 상대속도와 그 방향은 얼마인가?

Sol) Doppler 효과에 의해서 파장이 950nm 에서 525nm 로 짧아졌으므로 가까워 진다. 따라서 파장의 식은 text book 의 식에 따라

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} \text{ 가 된다.}$$

$\therefore \lambda = 950\text{nm}, \lambda' = 525\text{nm}$ 를 代入하면,

$$\left(\frac{525}{950}\right)^2 = \frac{1-v/c}{1+v/c}$$

$$1.305 v/c = 0.695$$

$$\therefore v = 0.53c \quad (\text{가까워지는 방향})$$

