

문제 1. (가) 다음 2계 상미분방정식의 수치해 풀 2위의 Runge Kutta 해법으로 풀고자 한다. 풀이과정을 약술하라. (나) $y'(0.1)$ 과 $y(0.2)$ 를 구하라, 단 $h=0.1$ 로 잡을 것. (30)

$$y'' + 2ty' + ty = 0 \text{ for } t=[0,5]; y(0)=1, y'(0)=0.$$

$$y'' + 2ty' + ty = -0.2$$

힌트: $y'(t)=f(t,y(t))$ 에 대한 2위의 Runge Kutta 해는 다음과 같다.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2); k_1 = hf(t_i, y_i), k_2 = hf(t_i + h, y_i + k_1)$$

문제 2. (가) $y'(t)=f(t,y(t))$ 에 대한 다음 Adams-Moulton 2 단계 해법의 안정도를 논하라. (20)

$$W_{i+1} = W_i + \frac{h}{12} \{5f(t_{i+1}, W_{i+1}) + 8f(t_i, W_i) - f(t_{i-1}, W_{i-1})\}$$

(나) 2위의 Runge Kutta 해법의 절대 안정영역을 구하라. (문제 1 영문 참조)

문제 3. 다음 2계 상미분방정식의 수치해 풀 2위의 Runge Kutta 해법으로 풀고자 한다. 단, 기저함수는 원함수를 무조건 Galerkin 법으로 구한다. $h=0.1$ 로 잡는다. (20)

$$-y'' + y = t; 0 \leq t \leq 1, y(0)=0, y(1)=0$$

힌트: $y(t) = \sum_{i=1}^9 U_i(t) y_i$ 라 놓고 원함수 $U_i(t)$ 를 구하라. 상기 미분방정식에 대한 다음 weak form 의 WRM 방정식을 써서 y_i ($i=1,2,\dots,9$) 에 대한 차분 방정식을 구하고, 그 풀이과정을 기술하라.

$$\int_b \frac{dw_k(t)}{dt} \cdot \left(-\frac{dy(t)}{dt}\right) dt + \int_b w_k \cdot y(t) dt = \int_b w_k \cdot t dt$$

문제 4. 다음 초기치 문제를 3 위의 Taylor 해법으로 구하라. (30)

$$y'(t) = 5(y(t) - t^2); y(0) = 0.08$$

Taylor 방법

$$y_{i+1} = y_i + h y'_i + \frac{h^2}{2} y''_i + \dots$$

e-1
7h