

플라즈마 기초

1. 외부로부터 균일한 자기장 B_0 가 걸려있고, 입자밀도 n_0 가 공간적으로 균일하게 분포되어 있으며, 온도 T 로 열역학적 평형상태에 있는 singly-ionized 된 플라즈마가 있다. 이 때 질량 m , 전하 e 인 전자가 다음과 같은 Drift Maxwellian 속도분포 함수를 갖고 있다:

$$f(v) = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m(v-u_0)^2/2kT}$$

i) 전자의 경우, 다음 플라즈마 변수들을 m, e, B_0, n_0, T 의 term으로 적어라 (8점).

(a) Cyclotron frequency = ()

(b) Debye shielding distance = ()

(c) Electron pressure = ()

(d) 전자 입자 간 평균거리 = ()

ii) 다음의 플라즈마 변수들은 어떤 물리적 양이나 의미를 갖고 있는가 설명하라 (14점).

(a) mv_{\perp} / eB_0 (b) $mv_{\perp}^2 / 2B_0$ (c) $e^2 / \epsilon_0 n_0^{-1/3}$ (d) $2n_0 kT$

(e) $en_0 u_0$ (f) $B^2 / 2\mu_0$ (g) $(n_0 e^2 / \epsilon_0 m)^{1/2}$

iii) 위의 변수들 사이의 관계를 이용하여 β 값이 플라즈마의 반자성(diamagnetic) 성질을 나타내는 척도임을 보여라 (5점)

iv) 전자의 평균 유동속도가 u_0 임을 보여라 (10점).

(필요하면 $\int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$, $\int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ 를 이용하라)

v) 만약 전자가 평형상태에서 1차원적으로 운동하여 속도분포 함수가

$$f_0(x, v) = n_0(x) \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-m[v-u_0(x)]^2/2kT}$$

형태를 갖는다면, 평형상태 Vlasov 방정식, $v \cdot \nabla f - \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0$ 의

1차원 표현식으로부터 iv)의 계산 결과를 이용하여 0th moment를 취하면

유체방정식 $\frac{\partial}{\partial x} (n_0 u_0) = 0$ 을 유도할 수 있음을 보여라 (10점)

2. 원통형의 축대칭 등은 플라즈마에 일정한 자기장 B 가 걸려 있고,

플라즈마 밀도는 $n(r) = n_0 e^{-r^2/r_0^2}$ 과 $n = n_i = n_e = n_0 e^{e\phi/kT}$ 로 주어져 있다.

i) v_E 와 v_{D_e} 를 구하고 플라즈마가 강제처럼 회전함을 보여라 (즉, 회전각속도=일정). (12점)

ii) 이 때 생긴 반자성 전류 j_D 에 의해서 B 가 약화되는 정도는

$$\Delta B \equiv B_{ext} - B = \frac{\mu_0 n_0 k (T_e + T_i)}{B} = \frac{B}{2} \beta \text{ 임을 보여라 (8점). (Hint: } v_D = -\frac{\nabla p \times B}{qmB^2} \text{)}$$

3. One-fluid MHD 방정식 중에서 운동량 보존을 나타내는 운동방정식

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p - \nabla \cdot \overline{\mathbf{P}} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

은 평형상태의 low frequency slow motion에서 $0 = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ 로 단순화 시킬 수 있음을 설명하라. 또한 electric body force $\rho_e \mathbf{E}$ 가 magnetic body force $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ 과 비교하여 작기 때문에 무시하였음을 보여라 (10점).

4. 다음에 대해서 간단히 설명하라. (25점)

- i) Helical한 tokamak magnetic field configuration에서 toroidal field에 poloidal field를 중첩 시키는 이유
- ii) Magnetic mirror field에서 플라즈마 입자를 trap 시키는데 항상 작용하는 한가지 힘과 두 가지 constant of motion
- iii) Arc 방전과 Corona 방전으로 발생 시킨 플라즈마 특성 비교
- iv) 전장과 관련된 세가지 field인 electric field strength \mathbf{E} , electric flux density \mathbf{D} polarization field \mathbf{P} 를 각각 발생시키는 전하의 종류를 구별하고, 플라즈마에서 total charge source에 의한 Gauss 법칙을 적어라
- v) 속도분포함수의 velocity moment로써 heat flux vector \mathbf{q} 의 정의와 이를 찾을 수 있는 유체방정식